

线段中的动点问题

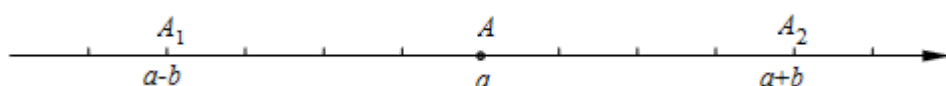
一、 线段中的动点问题-有数轴

1. 数轴上动点对应的数如何表示

如图： A 点表示的数为 a ，

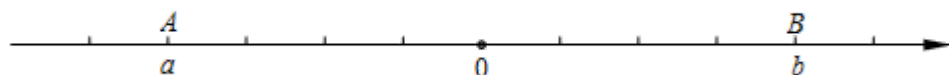
向左移动 b 个单位，则 A_1 表示的数为_____，

向右移动 b 个单位，则 A_2 表示的数为_____。

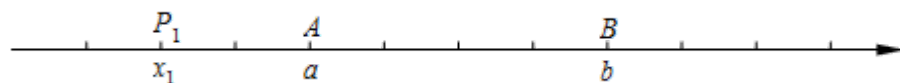


2. 数轴上动点形成的线段如何表示

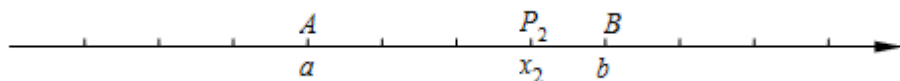
如图： $AB = b - a$ 。



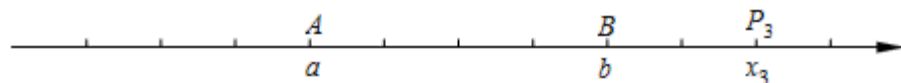
P_1 在 A 左侧，_____，_____；



P_2 在 A 与 B 之间，_____，_____；

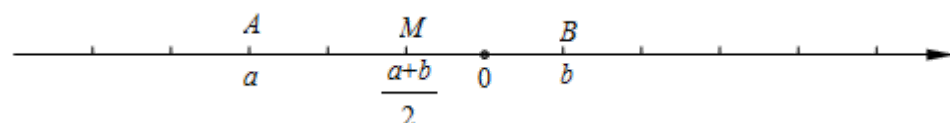


P_3 在 B 右侧，_____，_____。



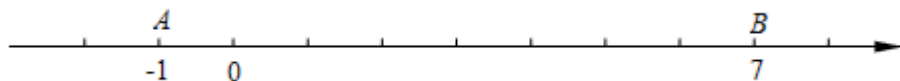
3. 数轴上中点对应的数如何表示

已知，数轴上 A 、 B 两点对应的数为 a 、 b ，那么两点的中点 M 对应的数为_____。



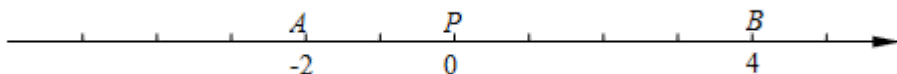
4. 数轴上与动点有关的和差问题

已知如图，数轴上是否存在点 P ，使 P 到点 A 与到点 B 的距离和为（1）8；（2）9；（3）7．



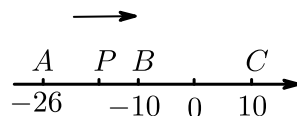
5. 数轴上的行程问题

动点 P 从原点 O 出发，以每秒钟3个单位的速度向右运动，点 A 以每秒钟1个单位的速度向右运动，点 B 同样以每秒钟1个单位的速度向右运动，经过几秒钟点 P 到点 A 与点 B 距离相等？



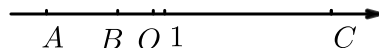
例题

- 数轴上两点 A 、 B 所表示的数分别为 a 和 b ，且满足 $|a+2| + (b-8)^{2020} = 0$ ，点 E 以每秒1个单位的速度从原点 O 出发向右运动，同时，点 M 从点 A 出发以每秒7个单位的速度向左运动，点 N 从点 B 出发，以每秒10个单位的速度向右运动， P 、 Q 分别为 ME 、 ON 的中点．思考：在运动过程中， $\frac{MN - OE}{PQ}$ 的值_____．
- 已知，如图，数轴上有 A 、 B 、 C 三点，分别表示有理数 -26 ， -10 ， 10 ，动点 P 从 A 出发，以每秒1个单位的速度向右移动，当 P 点运动到 C 点时运动停止，设点 P 移动时间为 t 秒．



- （1）用含 t 的代数式表示 P 到点 A 和点 C 的距离： $PA = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $PC = \underline{\hspace{2cm}}$ ．
- （2）当点 P 运动到 B 点时，点 Q 从 A 出发，以每秒3个单位的速度向右运动，求 t 等于多少秒时 P 、 Q 两点相遇？ t 等于多少秒时 P 、 Q 两点相距4个单位长度？

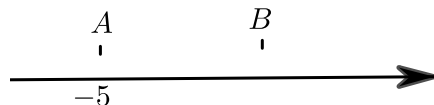
3. 如图, A, B, C 是数轴上的三点, O 是原点, $BO = 3$, $AB = 2BO$, $5AO = 3CO$.



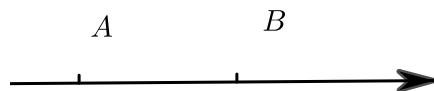
- (1) 数轴上点 A 表示的数是 _____, 点 C 表示的数是 _____.
- (2) 点 P, Q 分别从 A, C 同时出发, 点 P 以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动, 点 Q 以每秒 6 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动, M 为线段 AP 的中点, 点 N 在线段 CQ 上, 且 $CN = \frac{2}{3}CQ$. 设运动的时间为 $t(t > 0)$ 秒.
- ① 数轴上点 M, N 表示的数分别是 _____, _____. (用含 t 的式子表示)
- ② t 为何值时, M, N 两点到原点 O 的距离相等.

4. 数轴上 A 点对应的数为 -5 , B 点在 A 点右边, 电子蚂蚁甲、乙在 B 分别以 2 个单位/秒、1 个单位/秒的速度向左运动, 电子蚂蚁丙在 A 以 3 个单位/秒的速度向右运动.

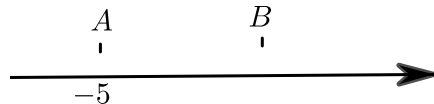
- (1) 若电子蚂蚁丙经过 5 秒运动到 C 点, 求 C 点表示的数.



- (2) 若它们同时出发, 丙需 4 秒遇到甲, 求 B 点表示的数; 并求丙需几秒遇到乙.



- (3) 在 (2) 的条件下, 设它们同时出发的时间为 t 秒, 是否存在 t 的值, 使丙到乙的距离是丙到甲的距离的 2 倍? 若存在, 求出 t 值; 若不存在, 说明理由.



5. 已知点 A , B 在数轴上对应的实数分别是 a , b , 其中 a , b 满足 $|a - 2| + (b + 1)^2 = 0$.

(1) 求线段 AB 的长.

(2) 点 C 在数轴上对应的数为 x , 且 x 是方程 $x - 1 = \frac{1}{3}x + 1$ 的解, 在数轴上是否存在点 P , 使 $PA + PB = PC$? 若存在, 求出点 P 对应的数; 若不存在, 说明理由.

(3) 在(1)和(2)的条件下, 点 A , B , C 同时开始在数轴上运动, 若点 A 以每秒1个单位长度的速度向左运动, 点 B 和点 C 分别以每秒4个单位长度和9个单位长度的速度向右运动, 点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC , 点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB , 设运动时间为 t 秒, 试探究: 随着时间 t 的变化, AB 与 BC 满足怎样的数量关系? 请写出相应的等式.

练习

6. 已知点 A 在数轴上对应的数为 a , 点 B 对应的数为 b , 且 $|a + 2| + (b - 1)^2 = 0$, A 、 B 之间的距离记作 $|AB|$, 定义: $|AB| = |a - b|$.

①线段 AB 的长 $|AB| = 3$.

②设点 P 在数轴上对应的数为 x , 当 $|PA| - |PB| = 2$ 时, $x = 0.5$.

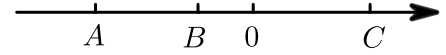
③若点 P 在 A 的左侧, M , N 分别是 PA 、 PB 的中点, 当 P 在 A 的左侧移动时 $|PM| + |PN|$ 的值不变.

④在③的条件下, $|PN| - |PM|$ 的值不变.

以上①②③④结论中正确的是 _____ (填上所有正确结论的序号).

7. 如图，数轴上有 A, B, C 三个点， A, B, C 对应的数分别是 a, b, c ，且满足

$|a + 24| + |b + 10| + (c - 10)^2 = 0$ ，动点 P 从 A 出发，以每秒 1 个单位的速度向终点 C 运动，设运动时间为 t 秒。

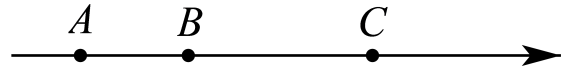


(1) 若点 P 到 A 点的距离是点 P 到 B 点的距离的 2 倍，则点 P 对应的数为 _____。

(2) 当点 P 运动到 B 点时，点 Q 从点 A 出发，以每秒 3 个单位的速度向 C 点运动， Q 点到达 C 点后，再立即以同样的速度返回，运动到终点 A 。在点 Q 开始运动后第 _____ 秒时， P, Q 两点之间的距离为 4？

8. 在数轴上，点 A, O, B 分别表示 $-15, 0, 9$ ，点 P, Q 分别从点 A, B 同时开始沿数轴正方向运动，点 P 的速度是每秒 3 个单位，点 Q 的速度是每秒 1 个单位，运动时间为 t 秒。在运动过程中，若点 P, Q, O 三点其中一个点恰好是另外两点为端点的线段的一个三等分点，则运动时间为 _____ 秒。

9. 如图：在数轴上 A 点表示数 a ， B 点表示数 b ， C 点表示数 c ， b 是最小的正整数，且 a 、 c 满足 $|a+2| + (c-7)^2 = 0$ 。

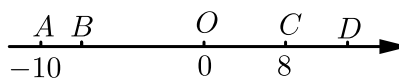


- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 点 A 、 B 、 C 开始在数轴上运动，若点 A 以每秒 1 个单位长度的速度向左运动，同时，点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 4 个单位长度的速度向右运动，假设 t 秒钟过后，若点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB ，点 A 与点 C 之间的距离表示为 BC ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(用含 t 的代数式表示)。
- (3) 请问： $3BC - 2AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值。

10. 已知数轴上有 A 、 B 、 C 三点，分别表示 -24 ， -10 ， 10 ，两只电子蚂蚁甲、乙分别从 A 、 C 两点同时相向而行，甲的速度为 4 个单位/秒。

- (1) 问多少秒后，甲到 A 、 B 、 C 的距离和为 40 个单位？
- (2) 若乙的速度为 6 个单位/秒，两只电子蚂蚁甲、乙分别从 A 、 C 两点同时相向而行，问甲、乙在数轴上的哪个点相遇？
- (3) 在 (1) (2) 的条件下，当甲到 A 、 B 、 C 的距离和第一次为 40 个单位时，甲调头原速移动，问甲、乙还能在数轴上相遇吗？若能，求出相遇点，若不能，请说明理由。

11. 如图，在数轴上有 A 、 B 、 C 、 D 四个点，且线段 $AB = 4$ ， $CD = 6$ ，已知 A 表示的数是 -10 ， C 表示的数是 8 ，若线段 AB 以每秒 6 个单位长度的速度，线段 CD 以每秒 2 个单位长度的速度在数轴上运动 (A 在 B 左侧， C 在 D 左侧)

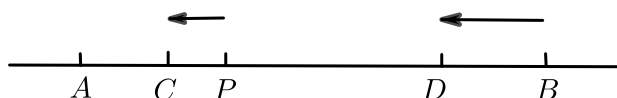


- (1) B 、 D 两点所表示的数分别是 _____、_____。
- (2) 若线段 AB 向右运动，同时线段 CD 向左运动，经过多少秒时， $BC = 2$ 。
- (3) 若线段 AB 、 CD 同时向右运动，同时点 P 从原点出发以每秒 1 个单位长度的速度向右运动，经过多少秒时，点 P 到点 A 、 C 的距离相等？

二、线段中的动点问题-无数轴

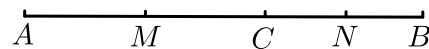
例题

12. 如图， P 是线段 AB 上一点， $AB = 12\text{cm}$ ， C 、 D 两点分别从 P 、 B 出发以 1cm/s 、 2cm/s 的速度同时沿直线 AB 向左运动 (C 在线段 AP 上， D 在线段 BP 上)，运动的时间为 $t\text{s}$ 。

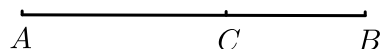


- (1) 若 C 、 D 运动 1s 时，且 $PD = 2AC$ ，请求出 AP 的长。
- (2) 若 C 、 D 运动到任一时刻时，总有 $PD = 2AC$ ， AP 的长度是否变化？若不变，请求出 AP 的长，若变化，请说明理由。
- (3) 在 (2) 的条件下， Q 是直线 AB 上一点，且 $AQ - BQ = PQ$ ，求 PQ 的长。

13. 如图，已知点 C 在线段 AB 上，线段 $AC = 10$ 厘米， $BC = 6$ 厘米，点 M ， N 分别是 AC ， BC 的中点．

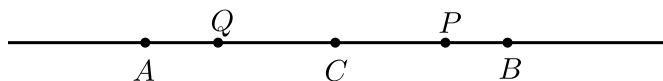


- (1) 求线段 MN 的长度．
 (2) 根据第(1)题的计算过程和结果，设 $AC + BC = a$ ，其他条件不变，求 MN 的长度．
 (3) 动点 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发，点 P 以 2cm/s 的速度沿 AB 向右运动，终点为 B ；点 Q 以 1cm/s 的速度沿 BA 向左运动，终点为 A ．当一个点到达终点，另一个点也随之停止运动．求运动多少秒时， C 、 P 、 Q 三点有一点恰好是以另两点为端点的线段的中点？



14. 已知线段 $AB = m$ (m 为常数)，点 C 为直线 AB 上一点，点 P 、 Q 分别在线段 BC 、 AC 上，且满足 $CQ = 2AQ$ ， $CP = 2BP$ ．

- (1) 如图，

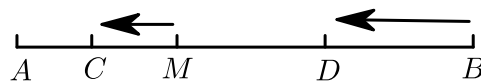


若 $m = 3$ ，且当点 C 恰好为线段 AB 中点时，则 $PQ = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

- (2) 若点 C 为线段 AB 上任一点（且不与端点重合），则 PQ 长度是否为常数？若是，请求出这个常数；若不是，请说明理由．
 (3) 若点 C 在点 A 左侧，同时点 P 在线段 AB 上（不与端点重合），请判断 $2AP + CQ - 2PQ$ 与1的大小关系，并说明理由．

练习

15. 如图， M 是线段 AB 上一点， $AB = 10\text{cm}$ ， C ， D 两点分别从 M ， B 同时出发以 1cm/s ， 3cm/s 的速度沿直线 BA 向左运动。（ C 在线段 AM 上， D 在线段 BM 上）



- (1) 当点 C ， D 运动了 2s 时，求 $AC + MD$ 的值。
 (2) 若点 C ， D 运动时，总有 $MD = 3AC$ ，求 AM 的长。

16. 如图1，已知点 M 是线段 AB 上一点，点 C 在线段 AM 上，点 D 在线段 BM 上， C 、 D 两点分别从 M 、 B 出发以 1cm/s 、 3cm/s 的速度沿直线 BA 向左运动，运动方向如箭头所示。

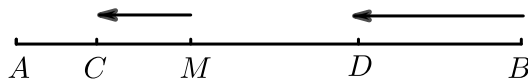


图1

- (1) 若 $AB = 10\text{cm}$ ，当点 C 、 D 运动了 2s 时，求 $AC + MD$ 的值。
 (2) 若点 C 、 D 运动时，总有 $MD = 3AC$ ，则 $AM = \underline{\hspace{1cm}} AB$ 。
 (3) 如图2，若 $AM = \frac{1}{4}AB$ ，点 N 是直线 AB 上一点，且 $AN - BN = MN$ ，求 $\frac{MN}{AB}$ 的值。

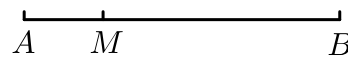
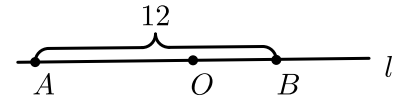


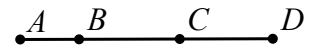
图2

17. 如图，直线 l 上有 A 、 B 两点， $AB = 12\text{cm}$ ，点 O 是线段 AB 上的一点， $OA = 2OB$ 。



- (1) $OA = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$, $OB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$.
- (2) 若点 C 是线段 AB 上一点，且满足 $AC = CO + CB$ ，求 CO 的长。
- (3) 若动点 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发，向右运动，点 P 的速度为 2cm/s ，点 Q 的速度为 1cm/s ，设运动时间为 ts 。当点 P 与点 Q 重合时， P 、 Q 两点停止运动。
- 求 t 为何值时， $2OP - OQ = 4$ ？

18. 如图， B 是线段 AD 上一个动点，沿 $A \rightarrow D \rightarrow A$ 以 2cm/s 的速度往返运动1次， C 是线段 BD 的中点， $AD = 10\text{cm}$ ，设点 B 的运动时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 10$)。



- (1) 当 $t = 2$ 时：
- ① $AB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$.
- ② 求线段 CD 的长度。
- (2) 用含 t 的代数式表示运动过程中 AB 的长。
- (3) 在运动过程中，若 AB 中点为 E ，则 EC 的长是否变化？若不变，求出 EC 的长；若发生变化，请说明理由。